

基于面向对象方法的压气机性能计算

郑洪涛, 潘福敏, 杨 仁

(哈尔滨工程大学 动力与能源工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 提出一套预测压气机未知特性的方法,并基于面向对象思想采用变比热容计算方法进行压气机性能计算的分析和编程.结合粒子群优化(PSO)的全局寻优能力和反向传播(BP)神经网络的局部寻优能力提出基于 PSO 的 BP 神经网络(PSO-BP 神经网络)预测压气机特性,分析了其预测误差和拟合误差:拟合误差基本都小于 0.5%,预测误差基本都小于 0.8%.其拟合精度和预测精度满足要求.采用变比热容计算方法来计算压气机性能,并采用面向对象方法编写了压气机性能计算程序.对几个压气机变工况点进行验证,各输出参数的最大误差为 1.12%.因此,特性预测方法和性能计算的数学模型适用于压气机性能计算,这套方法同样适用于燃气轮机性能计算.

关 键 词: 压气机特性;性能计算;面向对象;粒子群优化(PSO);神经网络;变比热容

中图分类号: V233.7

文献标志码: A

Performance calculation of compressor based on object-oriented method

ZHENG Hong-tao, PAN Fu-min, YANG Ren

(College of Power and Energy Engineering,
Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: A characteristic prediction method was proposed and variable specific heat calculation was applied to the performance analysis and programming of compressor based on object-oriented theory. Also, a method named particle swarm optimization (PSO) based on back propagation (BP) neural network was presented by combining the global optimization ability of the PSO with the local optimization ability of the BP neural network, and the prediction error and fitting error were analyzed. The fitting error is mostly within 0.5% while the highest prediction error is within 0.8%; and both the fitting accuracy and prediction accuracy could meet the requirements. Variable specific heat calculation method was applied to the compressor performance calculation, and object-oriented method was used to build the compressor performance computing program. Compared with several working condition points of the compressor, the output parameter errors are less than 1.12%. Therefore, the characteristic prediction method and performance mathematical model are suitable for compressor performance calculation, and the compressor calculation procedure is also suitable for gas turbine performance calculation.

Key words: compressor characteristics; performance calculation; object-oriented; particle swarm optimization (PSO); neural network; variable specific heat

收稿日期: 2012-12-17

作者简介: 郑洪涛(1962—),男,黑龙江双鸭山人,教授、博士生导师,博士,主要从事燃气轮机先进循环、等离子点火、先进燃烧技术、热电转换技术等研究.

仿真越来越成为燃气轮机研究的重要手段;在当前严峻的能源形势下,先进循环燃气轮机的研究发展蓬勃,先进循环燃气轮机的研究需要大量的人力和财力,仿真方法很好地降低了其研究成本^[1-3].燃气轮机的仿真经历了由面向过程向面向对象的转变,面向对象的仿真具有很好的扩展性、灵活性和重复使用性,便于大型程序的编写.20 世纪 90 年代以来,在 NPSS 计划(美国推进系统数值仿真计划)的推动下,面向对象建模成为了燃气轮机及其控制系统仿真领域的主流技术^[4-5].世界各个具有燃气轮机先进技术的国家也相继推出了面向对象的燃气轮机仿真系统,具体有美国的 X-JGTS, Onyx, 荷兰的 GSP, 德国的 GasTurb 等^[6-9].

完整的压气机特性和准确的压气机数学模型是压气机性能计算的基础.压气机性能计算一般采用定比热容计算模型;而随着压气机压比的增加,进出口温差越来越大,采用定比热容计算压气机性能已经不能满足要求^[10].

压气机特性主要通过实验获得.实验方法获得的压气机特性具有很高的可靠性,但是实验方法耗时耗力,低工况无法测量,只能得到一系列特定工况点的参数,因此,通过已有实验数据预测更多工况点的特性是获得压气机特性的主要工作.神经网络方法作为一种非线性处理手段被很好地用于获得压气机特性^[11].神经网络通过误差函数的梯度信息来进行网络的训练,要求误差函数具有可微性,因而容易陷于局部极值,具体体现为压气机特性预测时在网络训练中得到不合适的权值和阈值,从而在特性预测中得到坏点.粒子群优化是一种群体性搜索方法,适用于大尺度、复杂、不可微和多模式空间的寻优,因此不易陷于局部极值;粒子群优化也不需要误差函数的梯度信息,不考虑误差函数的可微性,只考虑适应度函数,具有很好的通用性.但是粒子群优化对于局部寻优存在一定的缺点,因此采用粒子群优化的神经网络,综合两种方法的特点,能得到一种更好的寻优方法,从而更好地处理压气机特性^[12].

粒子群优化的神经网络已经用于多种学科方向,并得到良好的预测结果. Zhang 等采用 PSO-BP 神经网络方法训练神经网络而且其实验结果显示 PSO-BP 神经网络有高于 PSO 和 BP 神经网络的精度^[13]. Zhou 等采用粒子群优化的 MFNN (多层前馈神经网络)预测钻机的直径误差并且得到较好的预测结果^[14]. Chau 采用 PSO-BP 神经网络处理香港的建筑索赔结果,并认为其有更快

的处理速度和更高的处理精度^[15].

本文基于某型燃气轮机的几个变工况点以及压气机的部分特性,提出一套根据已知压气机特性预测未知特性的方法,并采用变比热容计算方法基于面向对象思想进行压气机性能计算的分析 and 编程,以及进行压气机性能的计算.其中,压气机特性处理的步骤是首先构建 BP 神经网络结构,将 BP 神经网络的权值和阈值进行编码成为粒子群的个体模型,采用粒子群优化获得最优个体即得到粒子群优化的 BP 神经网络,然后训练优化后的 BP 神经网络,进而获得权值和阈值的局部最优值,从而得到更加完善的神经网络结构.分析该方法的拟合误差和预测误差.根据计算程序计算压气机的性能并对比部分实际数据分析计算了该方法的可靠性.

1 压气机特性计算

为了准确地进行压气机性能计算,首先需要得到准确的压气机特性.本文采用 PSO-BP 神经网络预测压气机特性,分析其拟合误差和预测误差.

1.1 神经网络

神经网络是一种基于生物学的人工智能技术,是模仿神经系统的工作原理而提出的一种解决非线性问题的分析工具.图 1 是一个神经网络结构图,该网络中有一个输入层、一个输出层和一个或多个的隐层.

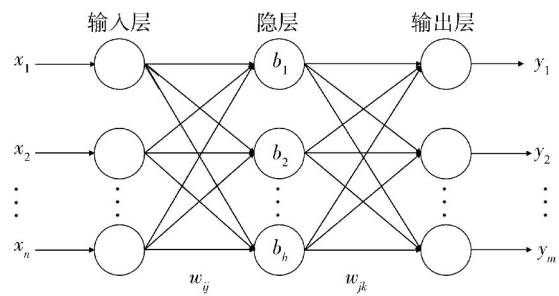


图 1 神经网络结构图

Fig. 1 Structural chart of neural network

在该神经网络中,假设有 n 个输入, m 个输出,隐层中包含 s 个神经元,隐层的输出为 b_j ,阈值为 θ_j ,隐层的传递函数为 f_1 ;输出层的阈值为 θ_k ,传递函数为 f_2 .从输入层到隐层的权值为 w_{ij} ,从隐层到输出层的权值为 w_{jk} .

隐层输出的计算公式如下:

$$b_j = f_1 \left(\sum_{i=1}^n w_{ij} x_i - \theta_j \right) \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, h$

神经网络输出 y_k 的计算公式如下:

$$y_k = f_2\left(\sum_{j=1}^s w_{jk} x_j - \theta_k\right) \quad (2)$$

$j = 1, 2, \dots, h \quad k = 1, 2, \dots, m$

若定义对应 x_i 的标准输出为 t_k , 则可以计算神经网络的输出误差 δ 如下:

$$\delta = \sum_{k=1}^m (t_k - y_k)^2 \quad (3)$$

1.2 PSO-BP 神经网络

粒子群优化的数学模型可描述如下.

假设 D 维空间, 群体规模为 q , 群体中第 i 个粒子 ($1 \leq i \leq q$) 有如下属性: 第 t 步迭代时所处的位置 $\mathbf{x}_i(t) = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id}, \dots, x_{iD})$, 飞行速度 $\mathbf{v}_i(t) = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id}, \dots, v_{iD})$, 第 i 个粒子自身的历史最佳位置为 $\mathbf{p}_i$, 第 i 个粒子所在邻域的历史最佳位置为 $\mathbf{p}_k$ (如果将整个种群看作邻域, 则邻域内所有粒子的历史最佳位置也就是整个群体的历史最佳位置 $\mathbf{p}_k$, 此时称为全局模型; 否则为局部模型). 第 t 步迭代的粒子根据下面的公式更新自己的速度和位置.

$$v_{ij}(t) = v_{ij}(t-1) + c_1 r_1 [p_{ij} - x_{ij}(t-1)] + c_2 r_2 [p_{kj} - x_{ij}(t-1)] \quad (4)$$

$$x_{ij}(t) = x_{ij}(t-1) + v_{ij}(t) \quad (5)$$

其中 c_1 和 c_2 为学习因子, 也称加速常数, r_1 和 r_2 为 $[0, 1]$ 范围内的均匀随机数.

传统的神经网络训练主要是采用的梯度下降法则, 但易陷入局部极小值; 重复梯度计算, 计算量大, 计算速度慢. BP 神经网络适用于局部寻优, 而粒子群优化则比较擅长于全局寻优. 基于以上特点, 采取以下方法进行神经网络连接权值的优化. 首先, 采用粒子群优化对神经网络的连接权值进行初始化并缩小搜索空间; 然后采用 BP 神经网络在较小的搜索空间中得到更精确的值. 通常来说, 这种混合的网络训练方法比单独运用粒子群优化或者是 BP 神经网络更为有效.

本文采用粒子群优化对 3 层结构的 BP 神经网络进行优化. 粒子群优化和 BP 神经网络都对参数非常敏感. 而 BP 神经网络对网络的初始状态也有很大的依赖性. 根据以上特性, 本文按照图 2 所示步骤进行网络训练.

1.3 压气机特性预测及误差分析

按照图 2 步骤计算得到的某型压气机特性图如图 3 所示, 其中实线为已知压气机特性, 虚线为预测的压气机特性.

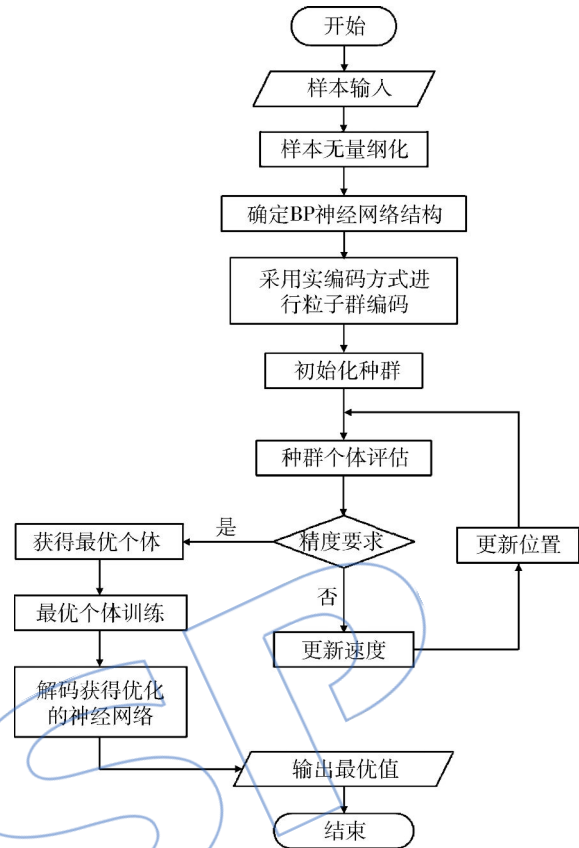


图 2 PSO-BP 神经网络训练步骤

Fig. 2 Procedure of PSO-BP neural network training

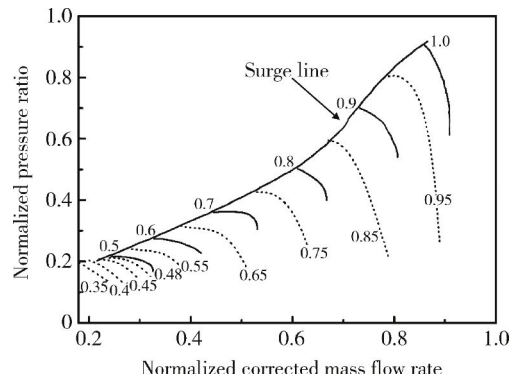


图 3 某型压气机特性图

Fig. 3 Characteristic diagram of a compressor

1.3.1 拟合误差

拟合结果是采用训练好的神经网络计算已有的实验数据的输入对应的输出结果, 拟合误差的计算就是计算这种结果和已知数据的输出之间的误差, BP 神经网络和 PSO-BP 神经网络拟合误差的计算公式如下:

$$\zeta = |R - R_c| / R_c \quad (6)$$

其中 ζ 为神经网络产生的拟合误差, R 为神经网络

络计算得到的拟合结果; R_e 为已知数据中的输出; R_i 为参考值, 由于计算中对数据都进行了无量纲化和正交化, 此处参考值取值为 1。

在已知图 3 特性线上取值, 分别训练 BP 神经网络和 PSO-BP 神经网络, 用训练好的神经网络分别来求取对应输入数据的输出结果, 按照上式来计算拟合误差。由于输入点较多, 本文将各误差范围的数据个数占总样本数量的比例列于下表 1。

表 1 某型压气机拟合误差分析

Table 1 Fitting error analysis of a compressor

误差范围/%	BP 神经网络 的拟合误差/%	PSO-BP 神经网络 的拟合误差/%
[0, 0.10]	49.54	61.18
[0, 0.20]	82.27	84.86
[0, 0.30]	88.99	91.77
[0, 0.40]	93.66	97.57
[0, 0.50]	97.55	99.23

表 1 中, 如 0.10% 表示拟合误差小于 0.10% 的数据个数占有所有样本数据总数的比例。由此表可知, 在各误差范围内 PSO-BP 神经网络的比例都高于 BP 神经网络, 因此 PSO-BP 神经网络具有更高的拟合精度。

1.3.2 预测误差

预测结果是采用训练好的神经网络计算非训练数据输入得到的结果, 而预测误差就是预测结果和真实输出之间的误差。为了计算预测误差, 将已知实验数据分为两部分, 大部分的已知数据用来训练神经网络, 而预留小部分的已知数据来计算预测误差。

BP 神经网络和 PSO-BP 神经网络拟合误差的计算公式如下:

$$\xi = |r - r_e| / r_i \quad (7)$$

其中 ξ 为神经网络产生的预测误差, r 为神经网络仿真得到的预测结果; r_e 为已知数据中的输出; r_i 为参考值, 由于计算中对数据都进行了无量纲化和正交化, 此处参考值取值为 1。

本文将已知的特性线上预留 3 个数据点用来对比预测误差, 各点采用两种神经网络计算所得的预测值及其预测误差列于下表 2。

由表 2 可以看出, 几乎各点采用 PSO-BP 神经网络所得结果的预测误差都小于 BP 神经网络, 因此 PSO-BP 神经网络预测压气机特性具有更高的预测精度。表中 n' 为无量纲转速, G' 为无量纲流量, π' 为无量纲压比。

表 2 某型压气机预测误差分析

Table 2 Prediction error analysis of a compressor

n' (真实 值)	G' (真实 值)	π' (真实 值)	π' (BP)	BP 压比误 差/%	π' (PSO- BP)	PSO-BP 压比误差 %
0.5	0.261	0.215	0.217	0.21	0.217	0.19
0.5	0.291	0.207	0.207	0	0.204	0.27
0.5	0.312	0.193	0.196	0.28	0.191	0.27
0.6	0.340	0.272	0.275	0.38	0.272	0.02
0.6	0.361	0.266	0.273	0.72	0.270	0.37
0.6	0.398	0.248	0.249	0.16	0.254	0.67
0.7	0.446	0.355	0.362	0.76	0.357	0.24
0.7	0.512	0.352	0.345	0.68	0.345	0.67
0.7	0.526	0.335	0.328	0.68	0.328	0.64
0.8	0.623	0.491	0.492	0.16	0.499	0.82
0.8	0.653	0.456	0.459	0.28	0.451	0.54
0.8	0.662	0.434	0.432	0.18	0.429	0.49
0.9	0.758	0.679	0.680	0.13	0.681	0.24
0.9	0.770	0.667	0.667	0.02	0.665	0.18
0.9	0.784	0.639	0.634	0.50	0.636	0.31
1.0	0.874	0.873	0.878	0.45	0.878	0.45
1.0	0.893	0.808	0.804	0.39	0.804	0.37
1.0	0.907	0.709	0.715	0.64	0.712	0.32

2 压气机性能计算

压气机的性能计算主要是根据进口条件计算出口参数。进口条件包括压力、温度、流量以及转速, 而要计算的出口参数主要包括出口的压力、温度、流量以及消耗功率。计算的主要数学模型及其计算步骤如下。

2.1 特性计算

特性计算是根据已经绘制的压气机特性图来计算压气机特性。根据压气机进口条件得到所需的折合参数, 折合参数正交化输入神经网络即可得出所求特性。基本计算公式如下:

$$\pi = f_1(G\sqrt{T}/p, n/\sqrt{T}) \quad (8)$$

$$\eta = f_2(G\sqrt{T}/p, n/\sqrt{T}) \quad (9)$$

式中 π 为压气机压比, η 为压气机效率, G 为流量。

2.2 变比热容计算

根据入口条件和对应特性即可按变比热容方法计算压气机的出口参数, 具体计算步骤如下:

空气按照变比热容理想气体处理, 编写其热物性计算程序^[16]。按照理想气体假设空气的热力学性质可以表示为温度的单值函数。

$$h_1 = f_{hfromT}(T_1) \quad (10)$$

$$s_1 = f_{sfromT}(T_1) \quad (11)$$

其中 T_1 为入口温度, h_1, s_1 分别为入口的比焓和比熵.

根据压气机的压比 π , 确定等熵过程压气机出口的比熵 $s_{2,s}$

$$s_{2,s} = s_1 + \ln \pi \cdot R_g \quad (12)$$

其中 R_g 为理想气体常数.

根据空气的热力性质关系式确定压气机等熵压缩时的空气温度 $T_{2,s}$ 和比焓 $h_{2,s}$

$$T_{2,s} = f_{Tfroms}(s_{2,s}) \quad (13)$$

$$h_{2,s} = f_{hfromT}(T_{2,s}) \quad (14)$$

根据压气机效率 η

$$\eta = (h_{2,s} - h_1) / (h_2 - h_1) \quad (15)$$

确定压气机出口空气比焓 h_2 为

$$h_2 = (h_{2,s} - h_1) / \eta + h_1 \quad (16)$$

根据压气机出口空气的比焓, 确定压气机出口的空气温度 T_2

$$T_2 = f_{Tfromh}(h_2) \quad (17)$$

压气机消耗功率 N_e 为

$$N_e = G \cdot (h_2 - h_1) \quad (18)$$

3 面向对象编程

按照面向对象的方法对压气机的属性和功能进行分析^[17], 可编写压气机类如下:

压气机的性能计算需要用到工质的热力性质, 因此压气机类 CCompressor 必须包含工质类 CFluit, 将其作为压气机类的属性, 在性能计算中便可以调用工质计算的函数.

压气机类的主要属性是

double * m; // 压气机的特性图

CFluit F; // 工质类的对象

压气机类的主要功能有热力性质计算和变比热容计算, 因此需要包含以下函数:

int loadmap(double * pt);

// 用来读取压气机特性图, 返回 int 值判定

是否成功读取特性数据

int charactercal(double c₁, double c₂, double * pt, int f);

// c₁ 和 c₂ 为输入的两个参数, 根据 f 来判定输入的是哪两个量, 并通过指针 pt 将计算结果带出, 返回 int 值判定是否正确计算

压气机类的核心功能是采用变比热容方法进行压气机输出的性能计算, 主要由下述函数完成:

int run(double p₁, double T₁, double d, double c₁, double c₂, double * pt, int f);

// p₁, T₁ 为入口压力和温度, d 为抽气系数, c₁ 和 c₂ 为特性计算的两个输入参数, 根据 f 来判定输入的是哪两个量并采取对应算法, 并通过指针 pt 将计算结果带出, 返回 int 值判定是否正确计算

本文给出某型压气机几个变工况点的入口参数如下表 3, 按照上述特性计算方法和变比热容热力性质计算过程^[18], 编写程序计算, 对比各变工况点出口参数及其误差如下表 4.

表 3 某型压气机入口参数分析

Table 3 Inlet parameters analysis of a compressor

输出功率占额/定功率之比/%	入口温度/K	入口总压/MPa	实际转速/(r/min)	压比
100	300.00	0.099352	7436	4.57
80	300.00	0.099678	7034	4.20
70	300.00	0.099843	6820	4.00
50	300.00	0.100196	6450	3.53
35	300.00	0.100471	6168	3.12
30	300.00	0.100569	5977	2.94

由计算结果可知, 6 个变工况点的计算误差都很小, 基本都小于 1%. 其中, 出口压力最大计算误差在 30% 工况, 为 1.07%; 出口温度的计算误差很小, 最大为 0.34%, 在 80% 工况; 而消耗功率的最大计算误差在 100% 工况, 最大误差为 1.12%. 3 个输出量的最大误差和最小误差并不出现在同一工况.

表 4 某型压气机出口参数分析

Table 4 Outlet parameters analysis of a compressor

实际流量/(kg/s)	计算流量/(kg/s)	流量误差/%	实际温度/K	计算温度/K	温度误差/%	实际消耗功率/kW	计算消耗功率/kW	消耗功率误差/%
82.11	81.96	0.18	486.1	484.46	0.34	15286.0	15312.61	1.12
75.18	75.43	0.33	472.9	471.30	0.34	13160.3	13068.76	0.70
71.26	71.45	0.27	465.7	464.38	0.28	11955.1	11870.08	0.71
62.62	62.84	0.35	449.4	448.02	0.31	9462.3	9383.85	0.83
54.74	55.24	0.91	432.6	431.76	0.19	7332.5	7329.53	0.04
51.60	52.15	1.07	425.5	424.49	0.24	6538.9	6532.45	0.10

4 结 论

本文提出一套压气机性能计算的方法,包括压气机特性计算、热力计算过程和程序设计方法.其中压气机特性是基于已知特性采用粒子群优化的BP神经网络预测得到;而根据获得的特性按照变比热容方法进行热力计算;计算程序采用面向对象方法编写.本文分析了 PSO-BP 神经网络计算压气机特性的拟合误差和预测误差,并分析了采用整套计算方法后的压气机性能计算的误差.压气机特性计算的误差分析以及压气机性能计算的误差分析证明这套方法计算精度较高,适用于压气机仿真计算并可在燃气轮机的仿真计算中采用.

1)本文采用粒子群优化的BP神经网络预测了压气机的特性图谱,并对比分析了 PSO-BP 神经网络和BP神经网络的拟合误差和预测误差.对应所采用的样本数据,无论BP神经网络还是 PSO-BP 神经网络,拟合误差基本都在0.5%以内,都具有很高的拟合精度;但是在各个误差区间内,PSO-BP 神经网络数据比例都高于BP神经网络,因此 PSO-BP 神经网络具有更高的拟合精度.对于预测误差的分析,每个预测点 PSO-BP 神经网络的误差都小于BP神经网络,因此 PSO-BP 神经网络具有更高的预测精度.总之,PSO-BP 神经网络相对于BP神经网络更适用于压气机特性预测.

2)本文基于变比热容计算方法,以及 PSO-BP 神经网络所获得的压气机特性按照面向对象方法编写了压气机的计算程序.将已知的几个压气机的工况点的输入代入计算程序并对比计算输出和实际输出,最高计算误差为1.12%,满足计算要求,证明这套计算方法适用于压气机性能分析.

3)压气机3个输出量的最大误差和最小误差并不出现在同一工况.分析其原因认为是工质热力性质计算方法存在一定的误差,导致最终消耗功率的误差和状态参数的误差之间的偏移.

4)本文采用面向对象方法进行了压气机系统分析,并编写了计算程序,便于后期的扩展以及重用.

参考文献:

[1] 郑洪涛,张玉龙,杨仁. CRGT 循环燃气轮机性能仿真[J]. 航空动力学报,2012,27(1):118-123.
ZHENG Hongtao, ZHANG Yulong, YANG Ren. Simulation research of the CRGT cycle gas turbine performance [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(1): 118-123. (in

Chinese)

- [2] Li Y G, Abdul Ghafir M F, Wang L, et al. Nonlinear multiple points gas turbine off-design performance adaptation using a genetic algorithm[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2011, 133(7): 071701. 1-071701. 9.
- [3] He F, Li Z, Liu P, et al. Operation window and part-load performance study of a syngas fired gas turbine[J]. Applied Energy, 2012, 89(1): 133-141.
- [4] Colin K D, Gregory J, Charles W P, et al. Gas turbine system simulation; an object-oriented approach[R]. NASA-TM-106044, 1992.
- [5] Brain P C, James L F. Object-oriented approach for gas turbine engine simulation[R]. NASA-TM-106970, 1995.
- [6] Reed J A, Afjeh A A. Interactive secure web-enabled aircraft engine simulation using XML data binding integration[R]. AIAA-2002-4058, 2002.
- [7] Reed J A. Onyx: an objected-oriented framework for computational simulation of gas turbine systems[D]. Toledo, US: University of Toledo, 1998.
- [8] Visser W P J, Broomhead M J. GSP: a generic object-oriented gas turbine simulation environment [R]. NLR-TP-2000-267, 2000.
- [9] Kurzke J. GasTurb9: a program to calculate design and off-design performance of gas turbines[EB/OL]. [2001-07-23]. <http://www.gasturb.de>.
- [10] Cohen H, Rogers G F C, Saravanamuttoo H I H. Gas turbine theory[M]. 5th ed. Englewood Cliffs, US: Prentice Hall Press, 2001.
- [11] Ghorbanian K, Gholamrezaei M. An artificial neural network approach applied to compressor performance prediction[J]. Applied Energy, 2009, 86(7/8): 1210-1221.
- [12] López L F D M, Blas N G, Arteta A. The optimal combination: grammatical swarm, particle swarm optimization and neural networks[J]. Journal of Computational Science, 2012, 3(1/2): 46-55.
- [13] Zhang J R, Zhang J, Lok T M, et al. A hybrid particle swarm optimization-back-propagation algorithm for feed forward neural network training[J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 185(2): 1026-1037.
- [14] Zhou J L, Duan Z C, Li Y, et al. PSO-based neural network optimization and its utilization in a boring machine [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2006, 178(9): 19-23.
- [15] Chau K W. Application of a PSO-based neural network in analysis of outcomes of construction claims[J]. Automation in Construction, 2007, 16(8): 642-646.
- [16] 刘志刚. 工质热物理性质计算程序的编制及应用[M]. 北京: 科学出版社, 1992.
- [17] 邵维忠, 杨芙清. 面向对象的系统分析[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [18] 钱能. C++ 程序设计[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2005.